Versuch 17 **Bestimmung des Adiabatenexponenten κ von Luft** Raum F1-18

Aufgaben:
Der Adiabatenexponent κ (das Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten C_p/C_V) von Luft ist auf zwei Arten zu bestimmen:
(1) unter Verwendung der Methode von Clément-Desormes. Stellen Sie die Vorgänge im pV-Diagramm dar.
(2) nach der Methode von Rüchard - aus der Schwingungsdauer T einer Stahlkugel, die auf dem in einer Glasflasche eingeschlossenen Luftpolster schwingt.

Versuchsteil (1) (Methode nach Clément-Desormes)

Achtung:
Die Manometerflüssigkeit darf nicht über die rote Marke gepumpt werden, da sonst bei der Expansion Flüssigkeit aus dem Manometer spritzt!

Grundlagen:
Zustandsänderungen von Gasen, die ohne Wärmeaustausch mit der Umgebung $(\Delta Q = 0)$ stattfinden, heißen **adiabatisch** und können mit den POISSONschen Zustandsgleichungen

$$p \cdot V^{\kappa} = p_0 \cdot V_0^{\kappa} \quad \text{und} \quad T \cdot V^{\kappa-1} = T_0 \cdot V_0^{\kappa-1} \tag{1}$$

beschrieben werden. Das von Clément-Desormes zur Bestimmung von κ der Luft entwickelte Verfahren erfolgt in 4 Schritten.

Durchführung:

1. Mit dem Handgebläse wird in der Flasche (Volumen=V_0) ein Überdruck $p = p_0 + \Delta p_1$ erzeugt. Nach dem Temperaturausgleich $(T = T_0)$ befindet sich das Gas im Zustand:

$$V = V_0 ; \qquad T = T_0 ; \qquad p_1 = p_0 + \Delta p_1$$

2. Man entfernt kurzzeitig den Gummistopfen aus der Flasche, dabei erfolgt ein nahezu adiabatischer Druckausgleich mit der Außenluft, wobei sich die Flaschenluft abkühlt. Das Gas befindet sich kurzzeitig im Zustand:

$$V = V_0 + \Delta V ; \qquad T = T_0 - \Delta T ; \qquad p = p_0$$

3. Unmittelbar nach dem Schliessen des Gummistopfens befindet sich das Gas im Zustand:

$$V = V_0 ; \qquad T = T_0 - \Delta T ; \qquad p = p_0$$

4. Nach einigen (~10s) Sekunden stellt sich infolge isochorer Erwärmung auf T_0 erneut ein Überdruck ein. Der Zustand des Gases ist dann:

$$V = V_0 ; \qquad T = T_0 ; \qquad p_2 = p_0 + \Delta p_2$$

Auswertung:
Für die im 2. Schritt erfolgende adiabatische Zustandsänderung lautet Formel (1):

$$(p_0 + \Delta p_1) \cdot V_0^{\kappa} = p_0 \cdot (V_0 + \Delta V)^{\kappa} \tag{2}$$

Da die Flaschenluft als ideales Gas betrachtet werden kann, darf in dieser Gleichung für $V = \dfrac{n \cdot R \cdot T}{p}$ gesetzt werden:

$$\frac{T_0^{\kappa}}{(p_0 + \Delta p_1)^{\kappa - 1}} = \frac{(T_0 - \Delta T)^{\kappa}}{p_0^{\kappa - 1}} \tag{3}$$

Für die im 4. Schritt stattfindende **isochore** Zustandsänderung $p_0 \to p_2$; $T_0 - \Delta T \to T_0$ folgt aus dem idealen Gasgesetz:

$$\frac{T_0 - \Delta T}{p_0} = \frac{T_0}{p_2}$$

Durch Einsetzen dieser Beziehung in Gleichung (3) erhält man schließlich

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\kappa} = \frac{p_0}{p_1}$$

und daraus nach Logarithmieren:

$$\kappa = \frac{\ln p_0 - \ln p_1}{\ln p_2 - \ln p_1} \tag{4}$$

Sind h_1 und h_2 die zu p_1 und p_2 gehörigen Höhendifferenzen der Flüssigkeitskuppen des Manometers und p_0 der Außenluftdruck, so gilt

$$p_1 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_1$$
$$p_2 = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_2$$

Damit folgt aus (4) unter Berücksichtigung der Beziehung *

$$\ln(p_0 + \rho \cdot g \cdot h) \approx \ln p_0 + \frac{\rho \cdot g \cdot h}{p_0}; \qquad \rho \cdot g \cdot h << p_0$$

$$\kappa = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \tag{5}$$

als **Bestimmungsgleichung für den Adiabatenexponenten**.

Bemerkungen:
κ ist aus 10 Messungen zu ermitteln.
* Die angegebene Näherungsformel folgt aus der TAYLORschen Potenzreihenentwicklung

$$\ln(1 + x) = x - \frac{1}{2} \cdot x^2 + \frac{1}{3} \cdot x^3 - \frac{1}{4} \cdot x^4 + - \ldots, \qquad x \le 1$$

mit

$$\ln(p_0 + \rho \cdot g \cdot h) = \ln p_0 \cdot \left(1 + \frac{\rho \cdot g \cdot h}{p_0} \right) = \ln p_0 + \ln\left(1 + \frac{\rho \cdot g \cdot h}{p_0} \right)$$

Bei der Durchführung des Versuches findet eine Konzentrationsänderung der Luft im Flaschenvolumen statt, weil in der Flasche die Zahl der Gasmoleküle sich bei konstantem Volumen ändert.

Versuchsteil (2) (Methode nach Rüchard)

Achtung:
Kugel und Rohrinnenfläche nicht mit den Fingern berühren! Das Herausnehmen und Wiedereinsetzen der Schwingungsröhre zeigt ihnen der Assistent!

Grundlagen:
Die auf dem Luftpolster der Glasflasche schwingende Kugel bewirkt eine nahezu adiabatische periodische Kompression bzw. Expansion der im Gefäß eingeschlossenen Luft.
Gemäß der adiabatischen Zustandsgleichung

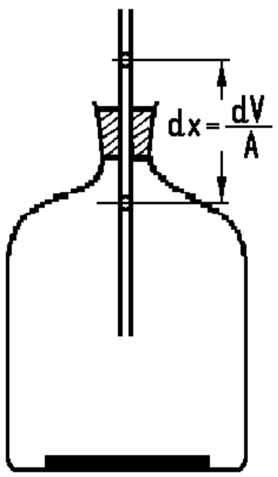
$$p \cdot V^{\kappa} = const. \tag{1}$$

besteht zwischen einer Druckänderung dp und der damit einhergehenden Volumenänderung dV der Zusammenhang:

$$\frac{dp}{dV} = -const \cdot \kappa V^{-\kappa-1} = -\kappa \frac{1}{V} \cdot \frac{const}{V^{\kappa}} = -\kappa \frac{p}{V}$$

$$dp = -\kappa \cdot p \cdot \frac{dV}{V} \tag{2}$$

Wird (2) mit dem Rohrinnenquerschnitt A multipliziert, so erhält man wegen $A \cdot dp = dF$ und $dV = A \cdot dx$ (vgl. Abb.)



$$dF = -\kappa \frac{p}{V} A^2 \cdot dx\,.$$

Das ist ein lineares Kraftgesetz

$$dF = -D \cdot dx$$

mit der Richtgröße $D = \kappa \cdot \frac{p}{V} \cdot A^2$.

Damit folgt aus $T = 2\pi \sqrt{m/D}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot V}{\kappa \cdot p \cdot A^2}}$$

und daraus die Bestimmungsgleichung für den Adiabatenexponenten

$$\kappa = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \frac{m}{A^2} \cdot \frac{V}{p} \tag{3}$$

T = Schwingungsdauer der Kugel,
m = Masse der Kugel,
A = Rohrinnenquerschnitt,
V = Luftvolumen, das von der auf dem Luftpolster der Flasche ruhenden Kugel eingeschlossen wird;
p = Luftdruck in der Flasche, wenn die Kugel auf dem Luftpolster der Flasche ruht.

Durchführung:
Die Stahlkugel schwingt in einem Glasrohr, dessen Innendurchmesser auf den Kugeldurchmesser genau abgestimmt ist. Kugel und Präzisionsrohr sind daher mit größter Sorgfalt zu behandeln! Das Rohr muss möglichst genau senkrecht stehen!
1. Kugel und Rohrinnenfläche werden mit einem Lederlappen sorgfältig gereinigt. Kugel niemals mit den Fingern berühren. Sollte das versehentlich geschehen, so muss man sie anschließend mit dem Lederlappen putzen.
2. Das Rohr ist so einzusetzen, dass der durchbohrte Stopfen möglichst luftdicht abschließt. Aus dem Lederlappen lässt man die Kugel behutsam in das Rohr gleiten und bestimmt aus 5 Schwingungen die

Schwingungsdauer T . Dieser Vorgang ist 5 mal zu wiederholen. Um die Kugel nach Beendigung einer Messreihe aus dem Rohr zu entnehmen, kippt man die Flasche - so lange die Kugel sich noch in der Schwingungsröhre befindet - vorsichtig um und lässt die Kugel in die Plastikschale gleiten.
3. Berechnung des Adiabatenexponenten der Luft aus Formel (3) mit Fehlerangabe.

Angaben:
Kugelmasse $m = 16{,}538 \pm 0{,}002 g$,
Kugeldurchmesser $d = 16{,}006 \pm 0{,}002 mm$,
Luftvolumen in der Flasche $V = 9560 \pm 60 cm^3$,
Luftdruck in der Flasche $p = p_0 + p_k$,
p_0 = Barometerdruck,
p_k = Druck, den die auf dem Luftpolster der Flasche ruhende Kugel ausübt.

Literatur:
Walcher, Praktikum der Physik, 7. Aufl., 3.3.2. und 3.4.3
Standardlehrbücher der Experimentalphysik;
adiabatische Zustandsänderungen, lineares Kraftgesetz $\rightarrow$ harmonische Schwingungen

Version: Jan 18