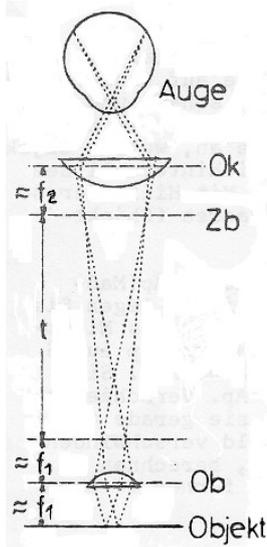


Aufgabe:
Bestimmen Sie die Gitterkonstante g eines Kreuzgitters durch einfache optische Abbildung.
Prüfen Sie dann die Formel für das Auflösungsvermögen des Mikroskops experimentell nach.


Grundlagen: Das Objektiv (Ob) mit der Brennweite f_1 entwirft ein vergrößertes reelles Bild des Gegenstandes, das sogenannte Zwischenbild (Zb). Das Zwischenbild wird mit dem als Lupe wirkenden Okular (Ok) mit der Brennweite f_2 betrachtet. Die Gesamtvergrößerung ist das Produkt aus Objektiv- und Okularvergrößerung. Immer feinere Einzelheiten eines Objektes zu erkennen, lässt sich nur bis zu einem gewissen Punkt durch Steigern der Gesamtvergrößerung erreichen. (Begründung: Das Bild eines Punktes ist ein Beugungsscheibchen. Verschimmen zwei benachbarte Beugungsscheibchen, so werden die Punkte nicht mehr aufgelöst)

 Das Auflösungsvermögen δ gibt den minimalen, gerade noch auflösbaren

 Punktabstand an. Es gilt:
$$\delta = \frac{\lambda}{A_a + A_b} \quad (1)$$
 λ ist die Wellenlänge des Lichtes; A ist die numerische Apertur.

 Es gilt: $A = n \sin \alpha$ mit A_a für das Objektiv und A_b für die Beleuchtung. Bei A_a ist n_a der Brechungsindex des Mediums zwischen Objekt und Objektiv (in unserem Fall Luft. Bei Hochleistungsmikroskopen wird zur Verbesserung der Auflösung eine Immersionsflüssigkeit mit hohem Brechungsindex verwendet).

Abb.1: Strahlengang

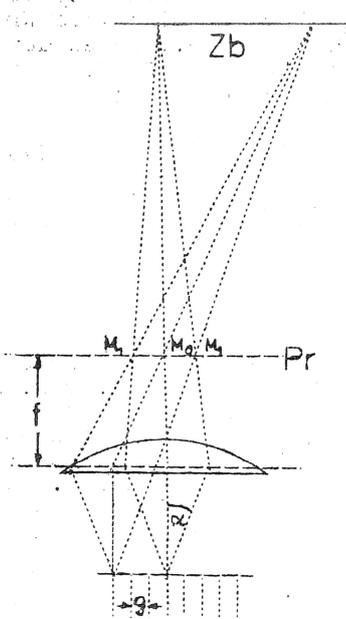


Abb.2: Beugung am Gitter

 α_a ist der halbe Öffnungswinkel des Strahlenkegels von einem Objektpunkt zum Objektivrand (siehe Abb.2). Entsprechendes gilt für A_b .

 Beleuchtung mit diffusem Licht ergibt:
$$\delta = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \alpha} \quad (2)$$

 bzw. mit Parallellicht:
$$\delta = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \quad (3)$$

 (jeweils in Luft mit $n = 1$)

Gleichung (3) soll nun anhand der Theorie von ABBE erklärt werden.

Das Zwischenbild (Zb) entsteht durch Interferenz des vom „Primären Bild“ (Pr) ausgehenden Lichtes. Das primäre Bild liegt in der inneren Brennebene des Objektivs und besteht aus den Beugungsmaxima $M_0, M_1, M_2, \dots, M_z$. Mit der Anzahl der Beugungsmaxima, die zur Abbildung beitragen wächst die Schärfe des Zwischenbildes. Was passiert, wenn in der Brennebene kein Platz für das Beugungsmaximum 1. Ordnung ist? Dann wird man in der Ebene des reellen Bildes nur Strahlen aus der nullten Ordnung M_0 erhalten. Das Gesichtsfeld ist damit strukturlos (keine Interferenz), es ist gleichmäßig ausgeleuchtet (keine Gitterstruktur erkennbar). Damit ein Bild des Gitters in der Ebene des reellen Bildes entstehen kann, müssen mindestens die in der ersten Ordnung ($z=1$) gebeugten Strahlen bei der Abbildung mitwirken. Bedingung für das Entstehen eines Bildes ist also:

$$z \geq 1 \quad (4)$$

 Ist das Objekt ein Gitter mit der Gitterkonstanten g , so gilt für die Beugungsbilder die Gitterformel:

 $z \cdot \lambda = g \cdot \sin \alpha$. Daraus und aus Gleichung (4) ergibt sich die Gleichung (3).

Der Versuchsaufbau ist das Modell eines Mikroskops:

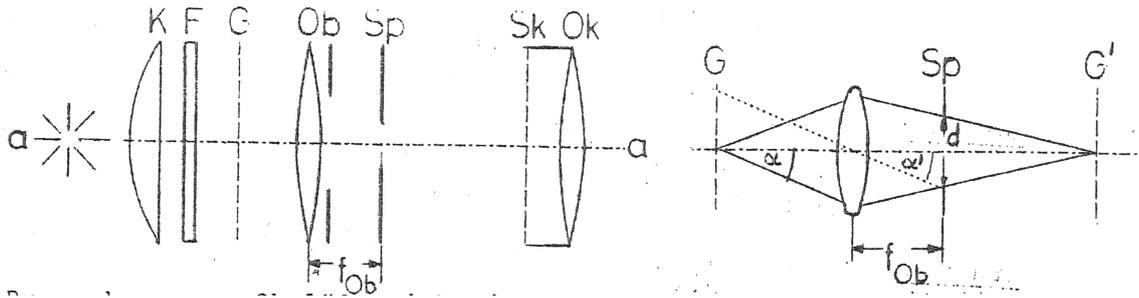


Abb.3:

Eine optische Bank mit Okular (Ok), dem Objektiv (Ob); (hier eine einfache Linse, in hochwertigen Mikroskopen besteht das Objektiv aus einem Linsensystem), dazu als Objekt ein Kreuzgitter (G), das über einen Kondensator (K) und einen Farbfilter (F) annähernd monochromatisch beleuchtet wird. In die bildseitige Brennebene des Objektivs (Ob) lässt sich ein Spalt (Sp) stellen. Er kann um die Achse (a—a) gedreht werden, seine Breite (d) ist verstellbar. Durch d wird die Apertur des Objektivs bestimmt; nach Abb. (3) gilt die Gleichung (5) (für achsennahe Strahlen, d.h. kleine Winkel α) wobei f_{ob} die Brennweite des Objektivs ist:

$$\sin \alpha \approx \alpha = \alpha' \approx \frac{d}{2 f_{ob}} \quad (5)$$

Durchführung:

Zunächst entfernen Sie den Spalt (Sp) aus dem Strahlengang. Um die Gitterkonstante g zu bestimmen, bilden Sie G möglichst groß auf die Okularskala (Sk) scharf ab. Das vergrößerte g sei g' . Sie messen genauer, wenn Sie $10 g'$ statt g' ablesen. Mit der Gegenstandsweite a und der Bildweite b gilt:

$$\frac{10 \cdot g}{10 \cdot g'} = \frac{a}{b} \quad (6)$$

Damit erhalten Sie die Gitterkonstante g .

Nun prüfen Sie die Gleichung (1), indem Sie das Auflösungsvermögen (durch Verkleinern der Apertur) so weit verschlechtern, dass es gerade gleich g wird. Dazu stellen Sie den Spalt in die innere Brennebene des Objektivs und verkleinern d . Bei einer bestimmten kritischen Spaltbreite verschwinden im Bild die senkrechten (bzw. die waagrechten) Striche des Kreuzgitters, wenn Sp senkrecht (respektive waagrecht) steht. Wegen der kleinen Objektivapertur darf jetzt $A_a = A_b$ gesetzt werden; für das Auflösungsvermögen gilt also Gleichung (2) die sich unter Einbeziehung von Gleichung (5) so schreibt:

$$\delta = \frac{f_{ob}}{d_k} \cdot \lambda \quad (7)$$

f_{ob} und λ sind angegeben. d_k bestimmen Sie durch optische Abbildung, indem Sie den Spalt (Sp) an die Stelle von G bringen. (Spalt waagrecht) und nun das vergrößerte Bild d_k ausmessen. Es ist:

$$d_k = d'_k \cdot \frac{a}{b}$$

Das Einstellen und Abmessen von d_k nehmen Sie fünfmal vor und mitteln die Ergebnisse. Nun berechnen Sie δ nach Gleichung (7) und vergleichen mit g .

Fragen:

Wie ist die Abweichung des berechneten vom gemessenen g zu erklären? Warum verschwinden die Gitterstriche nur in einer Richtung? Zeichnen Sie in die zweite Abbildung noch mehr Lichtbündel ein. Beweisen Sie die Gleichung (5). Wie groß ist das Beugungsscheibchen einer Lochblende (ϕ B) mit Linse (f)? Wie kann man das Auflösungsvermögen des Auges berechnen?

Angaben:

Die Okularskala hat 20 Skalenteile (-10 ... +10) im Abstand von 0,500 mm;
die Teilstriche dazwischen haben einen Abstand von 0,050 mm;
Die Brennweite des Objektivs beträgt: $f_{ob} = 75$ mm.
Die Wellenlänge ist auf dem Farbfilter vermerkt.