

Aufgabe:

- 1) Bestimmen Sie die Schwingungsdauer T_0 eines der Pendel ohne Kopplung. Welche Länge besitzt ein mathematisches Pendel der gleichen Schwingungsdauer?
- 2) Für zwei verschiedene Kopplungen sind
 - a) die Schwingungsdauer T_I und T_{II} der I. und II. Fundamentalschwingung,
 - b) die Pendelschwingungsdauer T_p und die Schwebungszeit T_s einer Schwebung zu ermitteln.
 Bestimmen Sie T_p und T_s auch rechnerisch aus T_I und T_{II} .
- 3) Berechnen Sie das Trägheitsmoment Θ eines Pendels. Das Kopplungsmoment D' und der Kopplungsgrad K einer Kopplung ist aus T_I und T_{II} (dynamische Methode) zu ermitteln.

Achtung:

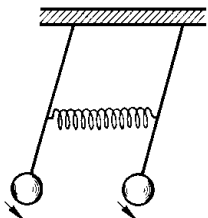
Die Pendel sind nur in der Schwingungsebene und nicht über 5 Skalenteile auszulenken. Die Kopplungsfeder soll sich bei den Schwingungen nie ganz entspannen.

Grundlagen:

Unter gekoppelten Pendeln versteht man zwei Pendel, die z. B. durch eine Feder so miteinander verbunden sind, dass beim Schwingen des einen Pendels periodische Kräfte auf das andere übertragen werden. Eine Anordnung von zwei gekoppelten gleichen Pendeln ist mehrerer Schwingungsformen fähig. Es sind dies die beiden Fundamentalschwingungen und die Schwebungen.

Die erste Fundamentalschwingung erfolgt, wenn die Pendel mit gleicher Phase und gleicher Amplitude schwingen. Die Kopplung macht sich dann nicht bemerkbar: Die Frequenz ν_I ist die gleiche wie die eines der Pendel im ungekoppelten Zustand:

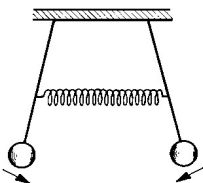
$$\nu_I = 1/2\pi\sqrt{D/\Theta} \quad (1)$$



Θ ist das Trägheitsmoment eines Pendels bezüglich der Aufhängung, D das durch die Pendelmasse verursachte Richtmoment.

Bei der II. Fundamentalschwingung schwingen die Pendel mit der Phasendifferenz π (gegeneinander) und haben gleiche Amplituden. Die Feder übt auf jedes der Pendel zusätzlich ein Richtmoment D' aus und damit folgt:

$$\nu_{II} = 1/2\pi\sqrt{(D+2D')/\Theta} \quad (2)$$

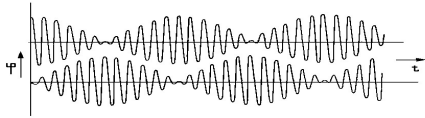


Die allgemeine Schwingungsform kann als Schwebung aufgefasst werden. Experimentell lässt sie sich mit folgender Anfangsbedingung herstellen: Ein Pendel befindet sich in der Ruhelage, das andere hat die maximale Auslenkung φ_A . Die Schwingungsenergie wird durch die Kopplung allmählich auf das anfänglich ruhende Pendel übertragen, so dass dessen Amplitude von Null auf den Maximalwert anwächst - während gleichzeitig das erste Pendel zum Stillstand kommt. Nun haben die Pendel die Rollen vertauscht: Das zweite Pendel überträgt die Schwingungsenergie wieder auf das erste usw.. Man beobachtet zwei Frequenzen: Die Frequenz ν_p , mit der jedes Pendel schwingt und die Schwebungsfrequenz $\nu_s = 1/T_s$, wobei T_s die Zeit zwischen zwei Stillständen eines Pendels ist (Schwebungszeit).

Den beobachteten Verlauf beschreibt die Gleichung:

$$\varphi_1 = \varphi_A \cdot \cos(2\pi \cdot \nu_s \cdot t) \cdot \cos(2\pi \cdot \nu_p \cdot t) \quad (3)$$

$$\varphi_2 = \varphi_A \cdot \sin(2\pi \cdot \nu_s \cdot t) \cdot \sin(2\pi \cdot \nu_p \cdot t)$$



Theoretisch ist eine Schwebung das Resultat der Überlagerung zweier Schwingungen ungefähr gleicher Frequenz. Im Fall gekoppelter Pendel sind das die beiden Fundamentalschwingungen. Man erhält unter gewissen Voraussetzungen:

$$\nu_s = (\nu_{II} - \nu_I) \quad ; \quad \nu_p = (\nu_{II} + \nu_I)/2 \quad (4)$$

Der Kopplungsgrad K ist definiert als:

$$K = D'/(D + D')$$

Daraus folgt mit Gl. (1) und (2)

$$K = (\nu_{II}^2 - \nu_I^2)/(\nu_{II}^2 + \nu_I^2) \quad ; \quad D' = 2\pi^2 \cdot \Theta \cdot (\nu_{II}^2 - \nu_I^2)$$

Das Trägheitsmoment Θ des Pendels bezüglich der Drehachse setzt sich aus den Trägheitsmomenten Θ_a des Schaftes und Θ_b' der Scheibe zusammen:

$$\Theta = \Theta_a + \Theta_b' ; \quad \Theta_a = 1/3 M \cdot a^2$$

$$\Theta_b' = \Theta_b + ml^2 = 1/2 mr^2 + ml^2$$

a ist die Schaftlänge, r der Radius der Scheibe, l die Pendellänge (Abstand Drehpunkt – Scheibenzentrum), m die Masse der Pendelscheibe und M die Masse des Pendelschaftes.

Durchführung:

Zur Bestimmung der Schwingungsdauern messen Sie die Zeit für jeweils 50 Schwingungen. Das ist je dreimal durchzuführen und die Resultate sind zu mitteln. Bei der Messung von T_p lässt sich nur eine beschränkte Anzahl von Schwingungen (zwischen zwei Stillständen) beobachten. In diesem Fall messen Sie fünfmal und mitteln. T_s bestimmen Sie ebenfalls fünfmal aus je fünf aufeinanderfolgenden Stillständen ein und desselben Pendels.

Fragen:

Welcher Satz wurde bei der Berechnung von Θ_b' verwendet?

Wie groß ist die Energie des Systems in jedem der drei Schwingungsfälle?

Angaben:

$$m = 1400g \quad r = 51 \text{ mm}$$

$$M = 875g \quad l \text{ messen Sie selbst.}$$

Literatur:

Westphal, Phys. Praktikum; Gerthsen-Kneser, Lehrbuch der Physik; Wolf, Grundzüge der Physik Bd. 1.